

## KANT JA LOGIIKKA

Anssi Korhonen ja Risto Vilkkio

(Ilmestyy teoksessa: Vesa Oittinen (toim.) *Immanuel Kantin filosofia*, Helsinki: Gaudeamus, 2012)

Immanuel Kant muistetaan logiikan historian alalla yleensä surullisen kuuluisasta logiikan tutkimuksen tulevaisuusnäkyä koskevasta väitteestä, joka on esitetty *Puhtaan järjen kritiikin* toisen painoksen (1787) esipuheen alussa. Kantin mukaan yleisessä logiikassa ei ollut Aristoteleen jälkeen tapahtunut olennaista kehitystä. Tästä hän teki sen johtopäätöksen, että muodollinen logiikka oli jo saavuttanut tieteen varman kulun ja ettei siinä sen vuoksi ollut enää sijaa todellisille edistysaskelille (*KrV* B VIII). Myöhempien tapahtumien valossa tämä päätelmä näyttäisi kertovan sokeasta pisteestä esittäjänsä ajattelussa; sen jälkeen kun moderni logiikka oli syntynyt 1800-luvun loppupuolella, kukaan ei enää saattanut väittää, että logiikka olisi muodostanut ”suljetun ja loppuun saatetun” kokonaisuuden. Seuraavilla sivuilla tulemme kuitenkin näkemään, ettei Kantin paikkaa modernin logiikan historiassa kannata määrittää pelkästään tämän yhden huomautuksen valossa. On olemassa useita syitä, miksi ensi silmäyksellä niinkin niukkaakaan aiheeseen kuin Kantin formaalista logiikkaa koskeviin käsityksiin kannattaa perehtyä. Niiden tarkastelu johtaa ensinnäkin suoraan kriittisen filosofian ydinalueille. Toisaalta Kantilla on ollut oma vaikutuksensa myöhempiin ajattelijoihin myös logiikan alalla, ja hänen näkemyksensä ansaitsevat tarkastelua myös tästä näkökulmasta. Kun edellä mainittu huomautus asetetaan oikeaan yhteyteen, Kantin käsitys logiikasta osoittautuu vähemmän naiiviksi myös suhteessa moderniin logiikkaan.

## 1. Logiikan asema Kantin systeemissä

Useimpien menneen ajan loogikoiden ja filosofien tavoin Kant edusti psykologisoivaa käsitystä logiikan luonteesta. Tämä ei tarkoita sitä, että hän olisi ollut ”psykologisti” sanan vakiintuneessa merkityksessä. Hän ei ajatellut, että logiikka olisi deskriptiivinen tietoisuuteen liittyvä teoria, eikä hän yrittänyt perustella logiikan lakien pätevyyttä psykologisilla tai antropologisilla seikoilla. Kant edustaa päinvastoin selkeää normatiivista kantaa, joka on kuitenkin psykologisoiva siinä minimaalisessa merkityksessä, että se määrittelee logiikan suoraan suhteessa ajatteluun. Seuraava luonnehdinta on peräisin Kantin logiikanluennoista:

Logiikassa emme tahdo tietää, millainen ymmärrys on tai miten se ajattelee tai kuinka se on tähän saakka ajattelussa toiminut. Tahdomme sen sijasta tietää, kuinka sen pitäisi toimia ajattelussa. Logiikan on määrä opettaa ymmärryksen oikeaa käyttöä, siis käyttöä, jossa ymmärrys on sopusoinnussa itsensä kanssa. (Kant 1800, 14.)

Logiikan säännöt ovat siis ymmärryksen oikeaa käyttöä koskevia sääntöjä. Jotta ymmärtäisimme, mitä tämä tarkoittaa, meidän on tehtävä selkoa siitä, mitä ymmärrys ja sen oikea käyttö ovat.

Missä määrin Kantin näkemykset todella ovat psykologisoivia, riippuu siitä, mihin logiikan normatiivinen voima – se, että logiikan säännöt ovat ymmärryksen oikeaa käyttöä koskevia sääntöjä – hänen mukaansa perustuu. Esimerkiksi modernin logiikan pioneereihin kuuluva saksalainen Gottlob Frege (1848–1925) väitti satakunta vuotta Kantin jälkeen, että logiikan normatiivisuus on pelkästään erikoistapaus kuvailevien ja normatiivisten lakien suhteesta, joka pätee aivan yleisesti (ks. esipuhe Fregen teokseen *Grundgesetze der Arithmetik*). Jokainen laki, joka kuvaa, miten asiat ovat, voidaan samanaikaisesti käsittää normatiiviseksi laiksi, joka sanoo, miten meidän on ajateltava, jos haluamme ajatella oikein, siis *totuudenmukaisesti*. Deskriptiivisesti ymmärretyt logiikan lait ovat Fregen mukaan ”kaikkein yleisimpiä totena olemisen lakeja” (Frege 1967, 342). Totena oleminen on puolestaan väitteiden ominaisuus. Logiikan lait lausuvat sen, mitä väitteiden totuudesta kaikkein yleisimmällä tasolla voidaan sanoa. Tämän vuoksi ne ovat relevantteja aina kun esitämme arvostelman eli väitämme perustellusti jotakin, kuten myös tehdessämme päätelmiä, eli aina kun tavoittelemme totuutta. Tähän perustuu myös logiikan lakien normatiivisuus. Tästä huolimatta Fregen näkemys ei ole psykologisoiva, koska logiikan laeilla ei sisältönsä puolesta ole mitään tekemistä ajattelun kanssa. Fregen mukaan totena oleminen ja totena pitäminen ovat toisistaan käsitteellisesti riippumattomia seikkoja.

Kantin kohdalla kysymys logiikan normatiivisuudesta ja sen perustasta jää jossain määrin epäselväksi, koska hän ei pidä tarpeellisenä tehdä täsmällistä selkoa siitä, millaisia logiikan lait muotonsa puolesta ovat: ovatko ne deskriptiivisiä vai normatiivisia, ja mihin niiden normatiivinen voima perustuu? Voidaan toki väittää, että Kantilla itse asiassa oli vastaukset näihin logiikan perimmäistä luonnetta koskeviin kysymyksiin. Palaamme tähän seikkaan kirjoituksessamme myöhemmin.

Toinen selvitystä vaativa termi on ”ymmärrys”. Ymmärrys (*Verstand*) on aistimellisuuden (*Sinnlichkeit*) rinnalla toinen niistä kahdesta mielen kyvystä, joiden yhteistoiminnan kautta syntyy kokemus sanan kantilaisessa merkityksessä, siis havainto, jonka sisältö voidaan lausua *objektiivisesti pätevän arvostelman* muodossa.

Se, että kokemuksellamme voi ylipäänsä olla kohde, on viime kädessä seurausta siitä, että tiedostuskyvyllämme on ”annettu” *jotakin*. Tämä reseptiivisyys – kyky ottaa vastaan tai tulla vaikutetuksi – on aistimellisuuden asia. Ymmärryksen tehtävä on *ajatella* eli *käyttää käsitteitä*; ymmärrys yhdistää havainnoinnin kautta saadut mielteet yhdessä ja samassa tajunnassa käsitteiden alle, ja tämän se tekee objektiivisesti eli yleispätevästi eikä pelkästään subjektiivisesti. Esimerkiksi arvostelmassa ”aurinko lämmittää tätä kiveä” kaksi havaintokäsitteiden [AURINKO] ja [TÄMÄ KIVI] alle saatettua mielteiden joukkoa on liitetty toisiinsa kolmannen havaintokäsitteen [LÄMMITTÄÄ] avulla, ja nämä on vielä saatettu ymmärryskäsitteen [SYY-SEURAUS -SUHDE] alaiseksi. Arvostelma voidaan siis esittää seuraavassa muodossa:

(\*) aurinko saa aikaan sen, että tämä kivi lämpenee

Kant sanoo, että vasta tällaiset arvostelmat ovat objektiivisesti päteviä (ks. esim. Kant 1997, § 20). Tämä ei tarkoita, että ne kaikki olisivat tosia: voimmehan toki olla väärässä, kun väitämme, että tämän kiven lämpeneminen johtuu nimenomaan auringonpaisteesta. ”Objektiivisella pätevyydellä” Kant viittaa siihen, että (\*)-n kaltaisten arvostelmien voidaan sanoa pätevän objekteihin nähden eikä pelkästään subjektiivisesti; esimerkiksi syyn ja seurauksen suhde ilmaisee jotakin yleispätevää, joka ylittää pelkän kulloisenkin havaintotapahtuman. Juuri tästä syystä objektiivisesti pätevillä arvostelmilla on myös totuusarvo: ne ovat tosia tai epätosia tavalla, joka ylittää pelkän subjektiivisen totena pitämisen.

Kant erottaa siis toisistaan:

- kokemuksen aistimelliset ehdot (estetiikka)
- kokemuksen käsitteelliset ehdot; ymmärrys (logiikka)

Koska ymmärrys on itsenäinen kyky, sen oikeaa käyttöä ohjaavat säännöt voidaan muotoilla itsenäisesti, riippumatta aistimellisuudesta ja sen säännöistä. Tavasta, jolla Kant kuvaa ymmärryksen ja aistimellisuuden välistä työnjakoa, puolestaan seuraa, että pelkkää ymmärryksen käyttöä koskevat säännöt abstrahoivat kokemuksen objektisuhteen ehdoista; näissä säännöissä ei siis näy se, että kokemus on aina kokemusta *jotakin*. Nämä säännöt, jotka koskevat ”ymmärryksenkäyttöä ylipäänsä”, kuuluvat Kantin terminologiassa *yleisen logiikan* alaan. Se ”sisältää ne ehdottoman välttämättömät säännöt, joita ilman ei esiinny minkäänlaista ymmärryksenkäyttöä” (KrV A52/B76). Tässä välttämättömyys ei viittaa välttämättömään totuuteen, vaan ajatukseen, että osa ymmärryksen oikeaa käyttöä koskevista normeista

on absoluuttisia. Tällaiset normit soveltuvat kaikkeen ymmärryksenkäyttöön riippumatta sen mahdollisista kohteista.

Toisaalta yleisen logiikan sääntöjen on oltava myös jossain suhteessa aistimellisuuteen. Kantilla on tämän käsityksensä tueksi kaksi perustetta. Näistä ensimmäinen on tuttu, toinen puolestaan tulkintakirjallisuudessa vähemmälle huomiolle jäänyt. Ensimmäinen peruste on tullut esille jo edellä: objektiivisesti pätevän arvostelman mahdollisuus edellyttää, että loogisille käsitteille, eli käsitteille, jotka ymmärrys tuottaa spontaanisti omasta itsestään käsin, voidaan antaa niin sanotusti havainnollinen sisältö. Toiseksi Kant väittää, että on olemassa käsitteellisiä sisältöjä, joita ei voida tavoittaa pelkkien yleisen logiikan tunnistamien loogisten muotojen avulla. Voisimme kenties muotoilla Kantin näkemyksen seuraavasti. Yleisen logiikan sääntöjen lisäksi on olemassa loogisia sääntöjä, jotka liittyvät objektiisuuteen ylipäänsä sekä sääntöjä, jotka liittyvät tietynlaisia objekteja koskevaan ajatteluun. Nämä säännöt kuuluvat *erityisten logiikkojen* piiriin.

Kantin oma erityisten logiikkojen määritelmä ei sovi ongelmattomasti tähän luonnehdintaan. Kant sanoo, että erityisen ymmärryksenkäytön säännöt ovat kontingenteja eli ehdollisia, sillä ne pätevät vain sikäli kuin ajattelemme *tietynlaisia* objekteja (KrV A52/B76). Mutta oikean ymmärryksenkäytön sääntöjä, jotka koskevat objektiisuudesta ylipäänsä, ei oikein voi kutsua ehdollisiksi tässä mielessä. Ehkä voidaan kuitenkin sanoa, että nämäkin säännöt ovat ehdollisia ”ymmärryksen ylipäänsä” näkökulmasta: yleisen logiikan näkökulmasta on todellakin kontingenttia, että ajattelu kohdistuu aistimellisuuden subjektille antamiin objekteihin: aistimellisuus on kontingentti tietoisuuden piirre, eli ei ole välttämätöntä, että tietoisuus toimii aistimellisuuden välityksellä, kun taas yleisen ymmärryksenkäytön säännöt ovat Kantin mukaan aidosti absoluuttisia. Miten tahansa nämä yksityiskohdat sitten muotoillaankin, lopputulos on joka tapauksessa se, että Kant erottaa *kolmenlaisia* logiikan sääntöjä:

- (1) Yleinen logiikka; ymmärryksen ylipäänsä säännöt
- (2) erityiset logiikat;
  - (2.1.) yleiset objektiisuuteen ehdot (transsendentaalinen logiikka)
  - (2.2.) tietynlaisia objekteja koskevan ymmärryksenkäytön ehdot (muut erityiset logiikat)

Lisäksi Kant jakaa yleisen logiikan vielä *puhtaaseen* ja *sovellettuun*. Puhdas yleinen logiikka on apriorinen, kokemuksesta riippumaton tiede. Soveltava yleinen logiikka tutkii ihmisten tosiasiallisia kognitiivisia suorituksia ja niitä koskevia lainalaisuuksia. Sivuuutamme tämän erottelun, mutta se kannattaa muistaa jo

siksi, että se tarjoaa yhden perusteen, jolla voidaan vastustaa liaksi psykologisoivia Kant-tulkintoja. Kun jatkossa puhumme yleisestä logiikasta, tarkoitamme aina puhdasta yleistä logiikkaa.

Yleisestä logiikasta puhuessaan Kant käyttää hyvin harvoin termiä ”formaalinen logiikka”. Tämä terminologinen valinta heijastaa sitä tosiseikkaa, ettei yleisen logiikan määritelmään vielä sisälly ajatusta sen puhtaasti muodollisesta luonteesta. Kuitenkin yleinen logiikka *on* formaalinen tiede, sillä sen tutkimuskohteena on kokemuksen *muoto* eikä sen *sisältö*.

Yleisen logiikan muodollisuus ilmenee kahdella tavalla. Tarkastellaan ensin kielletyn ristiriidan lakia. Se on yksi niistä periaatteista, joita filosofit ennen kutsuivat ”ajattelun laeiksi”:

(#) Mikään arvostelma ei ole sekä tosi että epätosi.

Vaikka logiikka koskee muotoa, tästä ei vielä seuraa, että sen periaatteet olisivat itse vailla sisältöä. Esimerkiksi (#) on eräässä aivan intuitiivisessa mielessä sisällöllinen periaate, sillä se näyttää ilmaisevan erään kaikkia arvostelmia koskevan tosiseikan. Toisaalta voidaan perustellusti väittää – nämä molemmat ajatuskulut ovat tuttuja logiikan historiasta – että (#):n kaltaiset periaatteet ovat muodollisia juuri yleisyytensä vuoksi. (#) on periaate, joka koskee kaikkia arvostelmia, sillä kaikille arvostelmille yhteinen ominaisuus on se, että niillä on totuusarvo. Juuri tämä niiden ominaisuus saa osittaisen luonnehdinnan (#):n kautta.

Kant sanoo toistuvasti, että yleinen logiikka abstrahoi kaikesta ymmärryksen sisällöstä ja ottaa huomioon ainoastaan sen muodon. Koska ymmärryksenkäyttö ilmenee aina arvostelmina, arvostelmia koskevat yleiset periaatteet ovat samalla ymmärryksenkäyttöä koskevia muodollisia periaatteita. Kaikki yleisen logiikan periaatteet eivät kuitenkaan ole (#):n kaltaisia. Arvostelmat eivät ole pelkästään tosia tai epätosia, vaan niillä on myös muita ominaisuuksia. Ennen muuta niillä on *semanttinen sisältö*, eli ne *sanovat jotakin jostakin*; perinteiset arvostelman määritelmähän viittaavat juuri tähän ominaisuuteen. Tämä ominaisuus ei kuitenkaan näy periaatteessa (#), joka on sen vuoksi sen suhteen muodollinen periaate.

Kuten edellä on nähty, ymmärryksessä on Kantin mukaan kyse käsitteiden käytöstä, ja juuri käsitteitä käyttämällä me väitämme, että asiat ovat tietyllä tavalla tai että jokin objekti on tietynlainen. Tämän *predikaation idean* kautta näyttää siis syntyvän yhteys yleisen logiikan ja arvostelmien semanttisen sisällön välille. Mutta eikö predikaatiossa nimenomaan ole kysymys käsitteiden suhteesta objekteihin? Eikö

predikaation logiikan tulisi siis kuulua Kantin luokittelussa erityisen pikemminkin kuin yleisen logiikan alaan?

Kantin vastaus näihin kysymyksiin on osittain kieltävä. Hänen mukaansa *osa* predikaatiota koskevista muodollisista periaatteista kuuluu yleisen logiikan alaan, sillä ne koskevat pelkkiä käsitteitä eli predikaatiota käsitteiden välisenä suhteena. Sikäli kuin predikaation tarkastelu rajoitetaan tällä tavalla yleiseen logiikkaan, kyseessä on olennaisesti Aristoteleelta peräisin oleva oppi kategorisista arvostelmista. Tämä on juuri se teoria, jota Kant väitti *Kritiikin* esipuheessa täydelliseksi ja lopulliseksi. Siinä predikaation looginen perusmuoto on ”S on P”. Tässä S on subjektitermi, joka ymmärretään nyt osakäsitteistä koostuvaksi kompleksiseksi käsitteeksi, P on toinen käsite ja ”on” on kopula, joka ilmaisee käsitteiden välisen sisältymissuhteen. Predikaation perusmuotoa voidaan muunnella eri tavoin, kuten liittämällä siihen kvantiteetti; esimerkiksi arvostelma ”*kaikki* ihmiset ovat rationaalisia” sanoo, että rationaalisuuden käsite sisältyy ihmisen käsitteeseen.

Tämän predikaation teorian taustalla on olennaisilta osin Aristoteleelta peräisin oleva oppi käsitteistä. Se koostuu kahdesta elementistä (yksityiskohtaisemman esityksen antaa Cassirer (1990), luku I). Ensinnäkin siihen sisältyy tietty näkemys käsitteiden alkuperästä. Käsitteet syntyvät *abstraktion* kautta, kun tajunta *reflektoi* kokemuksessa kohtaamiaan objekteja, *vertaa* niitä toisiinsa ja *abstrahoi* niistä piirteen tai piirteitä, joiden suhteen ne ovat samankaltaisia. Toista elementtiä voidaan kutsua käsitteiden semantiikaksi. Sen mukaan käsitteet ovat alkuperänsä vuoksi olennaisesti *yleisiä representaatioita*. Ne luokittelevat olioita jakamalla ne samankaltaisuusluokkiin, ja käsite itse on tällaisen samankaltaisuuden merkki, koska se ilmaisee piirteen, joka on kaikille sen alaan kuuluville olioille yhteinen. Lyhyesti sanottuna käsite on *representatio per notas communes*, representaatio yhteisten tunnusmerkkien nojalla, kuten Kant asian ilmaisee logiikan luennoissaan (Kant 1800, § 1). Aristoteleen käsiteoppiin sisältyy vielä ajatus käsitteiden muodostamasta hierarkiasta. Se on edellä kuvatusta semanttisesta näkemyksestä riippumaton ja heijastaa pikemminkin Aristoteleen substanssin käsitteelle pohjautuvaa metafysiikkaa. Sen mukaan käsitteet järjestyvät täsmällisiksi hierarkioiksi, niin että yläkäsite (*genus*; esimerkiksi ”aineellinen olento”) soveltuu kaikkiin tarkastelun kohteena oleviin olioihin, ja siirtyminen uuteen käsitteeseen tapahtuu lisäämällä yläkäsitteeseen erottava tekijä (*differentia*; ”elollinen”), jolloin tuloksena on uusi käsite (*species*; ”eläin”), joka soveltuu ainoastaan osaan alkuperäisistä tarkastelun kohteena olleista olioista.

Yleisen logiikan näkökulmasta representaatio on siis osakäsitteistä koostuva kompleksinen käsite, ja arvostelman semanttisen sisällön esittäminen sen loogisen muodon mukaan on yhtä kuin sen esittäminen osakäsitteiden konjunktiona tai summana. Tämä on aristoteelisen käsiteopin looginen ydin, ja Kantilla se

säilyy käsityksessä yleisestä logiikasta logiikan autonomisena osana. Toisaalta se, että yleisen logiikan lisäksi on olemassa erityisiä logikoita, osoittaa, ettei hänen asenteensa aristoteelista logiikkaa kohtaan ollut suinkaan kritiikitön ja että väite logiikan lopullisuudesta ja täydellisyydestä kattaa itse asiassa vain osan ymmärryksen oikean käytön säännöistä.

Palaamme vielä hetkeksi alussa esitettyyn kysymykseen logiikan normatiivisesta luonteesta. Miksi logiikan säännöillä ja periaatteilla on normatiivista voimaa suhteessa kaikkeen ymmärryksenkäyttöön tai kaikkeen ajatteluun? Arvostelman sisällöstä riippumatta olisi väärin hyväksyä samanaikaisesti sekä arvostelma että sen kielto. Olisiko meidän kenties sanottava, että kaikki järkevät olennot käyttävät logiikkaa? Olisiko tässä kenties kyseessä jopa lajityypillinen ominaisuus – perinteisen määritelmän mukaanhan ihminen on rationaalinen eläin, ja rationaalisuudessa on varmaankin osaltaan kyse logiikasta. Mutta jos näin on, kuinka selitämme sen, että myös järkevät olennot saattavat erehtyä päättelyissään tai ajautua ristiriitaan?

Perinteinen vastaus näihin kysymyksiin on, että logiikan säännöt ja periaatteet ovat *konstitutiivisia* suhteessa järjenkäyttöön. Kielletyn ristiriidan laki ei sido meitä siksi, että emme voisi ajatella muutoin kuin tämän lain mukaisesti. Se sitoo meitä siksi, että järkevänä olentona toimimisessa on osittain kyse siitä, että toimintaamme arvioidaan logiikan antamien normien mukaan. Jos hereillä pysyäkseen toistan lausetta ”ulkona sataa ja ulkona ei sada”, toimintaani ei ole asianmukaista arvostella tai arvioida logiikan tarjoamin kriteerein. Jos sen sijaan vastaan naapurini esittämään vakavamieliseen säätä koskevaan tiedusteluun sanomalla, että ulkona sataa ja ei sada, olen toiminut (ainakin) loogisesti moitteellisella tavalla. Edellä jo todettiin Fregeen vedoten, että logiikassa on kyse totena olemisen yleisimmistä laeista. Jos hyväksymme jonkin tämän kaltaisen luonnehdinnan, voimme sanoa logiikan normien kytkeytyvän *tiedollisen päämäärän* tavoitteluun. Kantin tapauksessa tämänkaltaisen näkemys voitaisiin lukea niihin huomioihin, joita hän esittää ”yleisen logiikan jaosta analytiikkaan ja dialektiikkaan” (*KrV*, A58-62/B82-86). Yleinen logiikka tarjoaa ”negatiivisen koetinkiven” totuudelle, koska ristiriidattomuus on kaiken totuuden välttämätön ehto, siis ehto, joka liittyy kaikkiin arvostelmiin ja kaikkeen päättelyyn niiden sisällöstä riippumatta.

Ajatus, että logiikan säännöt ovat konstitutiivisia, pyrkii selittämään, miksi nämä säännöt ovat sitovia. Mutta se ei selitä, *miksi* meidän olisi hyväksyttävä jokin tietty sääntöjen joukko. Edes vetoaminen totuuden käsitteeseen ei itsessään riitä, sillä voimme kuvitella, että totuuden käsitteen sisällöstä vallitsee aito erimielisyys, joka arvattavasti ilmenee nimenomaan logiikan lakeja koskevana erimielisyytenä. On esimerkiksi olemassa ”dialeteismina” tunnettu kanta, jonka mukaan jotkut *ristiriidat* ovat tosia. Jos emme hyväksy dialetestin kantaa, mitä voisimme vastata hänelle? Asiaa pohdittuamme saattaisimme tulla siihen tulokseen, että tässä ei enää ole kysymys erimielisyydestä. Aito erimielisyys näyttäisi edellyttävän sitä,

että osapuolet jakavat joitakin periaatteita, jotka auttavat heitä tunnistamaan, milloin kyseessä on erimielisyys. Logiikan lait ovat sillä tavalla perustavia, että niiden kohdalla on turhaa enää etsiä perusteita, jotakin sellaista, johon voitaisiin ”rationaalisesti vedota”. Kant epäilemättä ajatteli, että yleisen logiikan lait ovat välttämättömiä paitsi siinä mielessä, että ne ovat absoluuttisia, myös siinä mielessä, että ne eivät voisi olla toisenlaisia. Mutta tämä ei merkitse ”muuta” kuin että toisenlaisia sääntöjä noudattamalla ymmärrys ajautuu ristiriitaan itsensä kanssa.

## 2. Kant ja moderni logiikka

Nykyaikainen logiikka sai alkunsa vuonna 1879, kun Frege julkaisi kirjasen *Begriffsschrift: eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (”Käsitekirjoitus, eli aritmetiikan esikuvan mukaan laadittu puhtaan ajattelun kaavakieli”). Toisin kuin perinteisellä logiikalla, Fregen kehittämällä keinotekoisella logiikan kielellä on todellisia sovelluksia. Frege itse halusi käsitekirjoitusta laatiessaan luoda välineen, jonka avulla olisi mahdollista analysoida aritmetiikassa suoritettavia päättelyitä. Viime kädessä hänen tavoitteenaan oli rekonstruoida koko aritmetiikka tavalla, joka tekisi mahdolliseksi vastata kysymykseen, mikä on aritmeettisen tiedon lähde; tämän Fregen ohjelman lähtökohdat ja filosofinen sisältö on esitetty epäformaalisti kirjassa *Die Grundlagen der Arithmetik* (”Aritmetiikan perusteet, 1884) ja itse rekonstruktio – tai sen osa – hänen kaksiosaisessa pääteoksessaan *Grundgesetze der Arithmetik* (”Aritmetiikan peruslait”, 1893/1903).

Voidakseen vastata tähän kysymykseen Fregen oli tehtävä selkoa aritmeettisten väitteiden täsmällisestä sisällöstä ja niistä periaatteista, joihin aritmetiikassa suoritettavat päättelyt perustuvat.

Fregen tärkein keksintö, jonka ansiosta aritmeettisen tiedon rekonstruktio tuli mahdolliseksi, oli matemaatikkojen funktio-argumentti -analyysin ulottaminen arvostelmien sisällön analyysiin. Ajatuksena on, että esimerkiksi väite ”Aleksanteri ratsastaa Bukefaloksella” voidaan ajatella muodostetuksi lausefunktioista ” $x$  ratsastaa  $y$ llä” sijoittamalla erisnimi ”Aleksanteri” muuttujan  $x$  ja erisnimi ”Bukefalos” muuttujan  $y$  paikalle. Logiikan merkintätavalla lause voidaan kirjoittaa muotoon ” $R(a,b)$ ” ja sitä vastaava lausefunktio muotoon ” $R(x,y)$ ”. Lausefunktioista saadaan lause, paitsi korvaamalla muuttujat erisnimillä, myös *kvantifioimalla*, eli sitomalla ne eksistenssi- tai universaalikvanttoreiksi kutsutuilla lauseoperaattoreilla, jotka ovat luonnollisen kielen ilmausten ”jokin” ja ”kaikki” loogisia vastineita. Näin voidaan muodostaa sellaisia lauseita kuin ”jollekin  $x$  pätee:  $x$  ratsastaa Bukefaloksella” (”joku ratsastaa Bukefaloksella”) ja ”kaikille  $x$  pätee: on olemassa  $y$  siten että  $x$  ratsastaa  $y$ llä” (”kaikki ratsastavat jollakin”). Yksi Fregen suurista saavutuksista oli muotoilla täsmälliset päättelysäännöt tällaisia



relaationaalisia predikaatteja ja sisäkkäisiä, toisistaan riippuvia kvanttori-ilmauksia sisältäville lauseille. Vasta niiden avulla todellisten matemaattisten päättelyiden rekonstruointi tulee mahdolliseksi (ja niillä on tietysti sovelluksia myös matematiikan ulkopuolella).

On hyödyllistä verrata toisiinsa Kantin ja Fregen näkemyksiä. Kuten Fregen *Begriffsschrift*-kirjaisen otsikko paljastaa, hän ajatteli olevansa tekemisissä ”puhtaan” – siis ei-empiirisen – ajattelun kanssa luodessaan logiikan notaatiotaan. Ensi silmäyksellä tuntuksikin luontevalta rinnastaa Fregen käsitekirjoitus ja sen periaatteet Kantin yleisen logiikan sääntöihin. Lähempi tarkastelu kuitenkin osoittaa, että Kantin näkökulmasta Fregen logiikka kuuluisi pikemminkin erityisten kuin yleisten logiikkojen joukkoon.

Yleisen logiikan alaan kuuluvat loogiset muodot ja niihin perustuvat periaatteet ja päättelyt rajoittuvat diskursiivisen eli pelkkiin käsitteisiin perustuvan ajattelun muotoihin. Koska objektit on annettu tietoisuudelle vain havainnoinnin (eli ”intuition”; *Anschauung*) kautta, ne periaatteet, joihin yksilöiden esittäminen – niiden ”representointi” mielessä – perustuu, eivät palaudu yleiseen logiikkaan. Sikäli kuin objekteja tarkastellaan yksilöoloina eikä pelkkien yleisten käsitteiden kautta, niiden esittäminen mielessä perustuu puhtaassa havainnoinnissa tapahtuvaan käsitteen konstruktioon.

Parhaan esimerkin tästä intuitiivisesta toimituksesta tarjoaa matemaattinen päättely. *Puhtaan järjen kritiikin* transsendentaalista metodioppia koskevassa jaksossa Kant tarkastelee filosofisen ja matemaattisen tiedon eroja. Näistä edellinen on tietoa, jonka järki saavuttaa ”annettuja käsitteitä” analysoimalla, kun taas jälkimmäinen perustuu ”tehtyihin käsitteisiin” eli matemaattisia käsitteitä vastaavien objektien konstruointiin:

Olettakaamme, että filosofille on annettu kolmion käsite ja tehtäväksi saada omin neuvoin selville, mikä on sen kulmien summan suhde suoraan kulmaan. Hänellä on ainoastaan kolmen suoran rajaaman kolmikulmaisen kuvion käsite. Tarkastelee hän tätä käsitettä miten kauan tahansa, hän ei koska tuota mitään uutta. Hän voi analysoida ja selventää suoran käsitettä, tai kulman tai luvun kolme käsitettä, mutta hän ei koskaan pääse käsiksi yhteenkään ominaisuuteen, joka ei jo sisältyisi näihin käsitteisiin. (A716/B744)

Matemaatikolle kolmion käsite ei ole pelkkä diskursiivinen käsite, jonka sisältö tyhjenee sen osakäsitteisiin (tasokuvio, suoraviivainen, kolmikulmainen). Matemaattinen käsite on olennaisesti ”resepti”, jonka avulla voidaan tuottaa diskursiivista käsitettä vastaava objekti. (Tai pikemminkin objektin muoto; koska objektit on annettu meille vain havainnoinnissa, matemaattisen konstruktion tuloksena

syntyy pelkkä formaali objekti eli mahdollisen empiirisen objektin muoto.) Vastaavasti käsitteen matemaattinen sisältö tulee esille vasta kun sitä vastaava objekti konstruoidaan puhtaassa havainnoinnissa (*Anschauung*):

Ottakoon geometrikko nyt ratkaistavakseen [tämän saman ongelman]. Heti alkajaisiksi hän konstruoi kolmion. Koska hän tietää, että kahden suoran kulman summa on täsmälleen yhtä suuri kuin yhdestä suoran pisteestä konstruoitavien vieruskulmien summa, hän pidentää yhtä kolmion sivua ja saa näin aikaiseksi kaksi vieruskulmaa, jotka yhdessä ovat yhtä suuret kuin kaksi suoraa kulmaa. Sitten hän jakaa ulkokulman piirtämällä suoran, joka on yhdensuuntainen kolmion vastakkaisen sivun kanssa, ja havaitsee, että näin on syntynyt vierekkäinen ulkokulma, joka vastaa sisäkulmaa – ja niin edelleen. Tällä tavalla, tekemällä sarjan päätelmiä, joiden jokainen vaihe on havainnoinnin ohjaama, hän päätyy ratkaisemaan ongelman tavalla, joka on täysin ilmeinen ja yleispätevä. (A716-7/B744-5)

Kant esittää tässä osan Eukleideen todistuksesta, että kolmion kulmien summa on yhtä kuin kaksi suoraa kulmaa (Eukleideen *Alkeet*, kirja I, teoreema 32).

Geometrinen päättely on loogista päättelyä, sillä siinä on kyse käsitteiden käytöstä, joskaan se menettelytapa, johon päättely perustuu, ei ole käsitteiden analyysi vaan niiden konstruktio. Geometrinen päättely on loogista päättelyä myös sillä perusteella, ettei se pätevyydeltään poikkea yleisessä logiikassa tehtävistä päätelmistä. Molemmissa on kyse päättelystä, joka on välttämättä totuuden säilyttävää tai jonka tulokset ovat, niin kuin Kant sanoo, ”täysin ilmeisiä ja yleispäteviä”. Geometrian logiikka poikkeaa kuitenkin yleisestä logiikasta siinä, että siinä ei ole kyse kaikkea järjenkäyttöä koskevista periaatteista. Geometrian logiikka perustuu sen tutkimuskohteen erityisominaisuuksiin, jotka on julkilausuttu geometrisia konstruktioita ohjaavissa periaatteissa. Vaikka nämä ominaisuudet Kantin mukaan liittyvät välttämättä geometrisiin käsitteisiin, tätä seikkaa ei kuitenkaan voida todeta pelkkien käsitteiden nojalla. Pelkkää janan käsitettä tarkastelemalla ei koskaan voitaisi päätyä siihen, että janaa voidaan aina jatkaa mielivaltaisesti valittuun pisteeseen, tai että janalle voidaan aina piirtää ympyrä siten, että jana on ympyrän säde ja sen toinen päätepiste on ympyrän keskipiste (vrt. *Prolegomena*, § 12). Nämä ovat käsitteellisiä sisältöjä, jotka on mahdollista esittää vain intuitiivisten representaatioiden nojalla.

Voimme nyt palata Fregeen ja hänen käsitekirjoitukseensa. Yksi periaatteista, joille hänen käsitekirjoituksensa nojautuu, on tiukka rajanveto yksilöolioiden ja käsitteiden välillä: predikaation teoriassa on erotettava toisistaan objektin ja käsitteen välinen suhde (”objekti kuuluu käsitteen alaan”; ”Titus on lempeä”) sekä käsitteiden välinen sisältymissuhde (”hevonen on eläin” eli ”kaikki hevoset ovat

eläimiä”). Tässä meillä on tärkeä analogia Kantin ja Fregen välillä. *Die Grundlagen der Arithmetik* -teoksen pykälässä 88 Frege arvostelee Kantin tapaa ymmärtää käsitteet:

Kant näyttää ajattelevan, että käsitteiden määritelmät ovat pelkkiä toisiinsa liitettyjen tunnusmerkkien luetteloita. Mutta tämä on yksi kaikkein vähiten hedelmällisiä tapoja muodostaa käsitteitä. Jos tarkastellaan aiemmin tässä kirjassa esitettyjä määritelmiä, löydetään tuskin ainoatakaan, joka olisi tätä lajia. Sama pätee myös niihin matematiikassa esitettyihin määritelmiin, jotka ovat todella hedelmällisiä, kuten esimerkiksi funktion jatkuvuuden määritelmään. Niissä ei ole kyse joukosta toisiinsa liitettyjä tunnusmerkkejä, vaan määreiden likeisemmästä, tekisi mieleni sanoa orgaanisesta yhteydestä.

Fregen kriittinen huomautus on oikeutettu, kun se rajataan koskemaan yleistä logiikkaa. On kuitenkin selvää, että Kant oli omalla tavallaan selvästi tietoinen Fregen mainitsemasta seikasta. Käsite pelkkänä toisiinsa liitettyjen tunnusmerkkien luettelona kuuluu yleisen logiikan alaan, mutta käsitteisiin sisältyy enemmän kuin mitä voidaan esittää pelkän loogisen muodon nojalla. Jos puhumme Fregen tavoin määritelmistä, voimme sanoa, että käsite tunnusmerkkien luettelona muodostaa *nominaalisen määritelmän*, jonka tarkoitus on erottaa tietty olioiden luokka tai laji muunlaisista olioista. Käsitteen apriorinen konstruktio puolestaan on yhtä kuin sen *reaalimääritelmä*. Reaalimääritelmä kokoa havainnoinnissa annetun moninaisuuden yhteen esittämällä sen käsitettä vastaavana *objektina*. Toisin kuin nominaalimääritelmä, matemaattisen käsitteen konstruktio osoittaa, että käsitettä vastaava objekti on *reaalisesti mahdollinen* (A241alaviite). Fregellä olisi epäilemättä ollut paljonkin huomautettavaa tällaisia reaalimääritelmiä vastaan. Joka tapauksessa on selvää, että niissä on kyse enemmästä kuin pelkästä toisiinsa liitettyjen määreiden luettelosta.

Voimme Manley Thompsonin tavoin todeta, että Kantin loogisen teoriaan sisältyy yksi merkittävä edistysaskel suhteessa perinteiseen logiikkaan: Kant korvasi perinteisen termien logiikan objektien ja käsitteiden logiikalla, eli ”logiikalla, jossa predikaation muoto on ’Fx’ eikä ’S on P’” (Thompson 1972, 343). Tai voimme sanoa, että Kantin tekemä erottelu ymmärryksen ja aistimellisuuden välillä perustuu nimenomaan aristoteelisen käsiteopin sisäisten rajoitusten täsmälliseen oivaltamiseen. Suurin piirtein näin asian esittää Ernst Cassirer (1907, 32–33). Edellä näimme, miten Kantin vaatimus käsitteellisten sisältöjen ”havainnollistamisesta” liittyy ajatukseen objektiivisesti pätevän arvostelman ehdoista. Nyt voimme huomata, että tälle vaatimukselle on olemassa toinenkin perustelu. Kantin ajattelun ytimessä on semanttinen teesi, joka koskee arvostelmien – niiden rakenneosina olevien mielteiden – sisältöä: matematiikka on malliesimerkki tieteestä, jossa käsitteet saavat sisältönsä ja päättelyt tulevat mahdollisiksi vasta ajallis-avaruudellisen konstruktion kautta. Toki on *myös* niin, että semanttinen teesi tarjoaa Kantille

tyystin uudenlaisen tavan perustella sitä, miksi matemaattiset käsitteet pätevät suhteessa kaikkeen kokemukseen: ne soveltuvat ilmiöihin, koska ja sikäli kuin ajallis-avaruudellisten objektien kokeminen perustuu matemaattisille käsitteenmuodostustavoille. Mutta tämä antiskeptinen argumentti on kuitenkin toissijainen suhteessa semanttiseen teesiin, vaikka se kenties Kantin mielessä olikin päällimmäisenä.

Kantin ”erityisen järjenkäytön sääntöjen” ja Fregen ynnä muiden edustaman uuden logiikan välillä vallitsee siis tärkeä ”funktionaalinen” samankaltaisuus. Tämä ei kuitenkaan poista Kantin teorian ja modernin logiikan väliltä niiden olennaisia eroja. Joitakin näistä eroista voidaan tuoda esiin tarkastelemalla yksityiskohtaisemmin sitä, mitä uusi logiikka oikeastaan käytännössä merkitsi.

Eräs uuden logiikan keskeisiä tavoitteita oli matemaattisen päättelyn ”logisointi”. Se mitä tähän vaatimukseen sisältyy, tulee hyvin esiin seuraavassa lainauksessa, joka on saksalaisen matemaatikon Moritz Paschin (1843–1930) kirjasta *Vorlesungen über neuere Geometrie* (”Luentoja nykyisestä geometriasta”):

Jotta geometria olisi todella deduktiivista, päättelyprosessin on oltava kaikkialla riippumaton geometrian käsitteiden merkityksistä, aivan niin kuin sen on oltava riippumaton kuvioista; ainoastaan käsitteiden väliset suhteet on lupa ottaa huomioon, ja tämän on tapahduttava siinä muodossa, jossa ne on lausuttu todistuksissa käytettävissä väitteissä tai määritelmässä. Päättelyn kuluessa on kyllä luvallista ja hyödyllistäkin huomioda käytettyjen käsitteiden merkitykset, mutta tämä ei ole ensinkään välttämätöntä. Ja itse asiassa on niin, että jos se on välttämätöntä, silloin käy ilmeiseksi sekä päättelyn aukollisuus että – sikäli kuin näitä aukkoja ei voida poistaa päättelyä korjaamalla – todistuksessa käytettyjen väittämien riittämättömyys. (Pasch 1926, 98.)

Paschin vaatimus ei ollut pelkkä ohjelmanjulistus. Hän toteutti sen myös käytännössä. Seuraava yksinkertainen esimerkki *Luentojen* pykälästä 1 valaisee aukottoman todistuksen ideaa. Pasch sanoo, että seuraavissa viidessä aksioomassa on lueteltu yksinkertaisimmat janoja ja niiden pisteitä koskevat havainnot:

- 1) Minkä tahansa kahden pisteen kautta voidaan aina piirtää täsmälleen yksi jana.
- 2) Janalta voidaan aina osoittaa sillä sijaitseva piste.
- 3) Jos piste C on janalla AB, niin piste A on suoran BC ulkopuolella.
- 4) Jos piste C on janalla AB, niin kaikki janan AC pisteet ovat myös janan AB pisteitä.
- 5) Jos piste C on janalla AB, niin piste, joka ei ole janalla AC tai janalla BC, ei ole janalla AB.

Näistä viidestä aksioomasta voidaan johtaa seuraava teoreema:

Jos piste C on janalla AB, ja jos piste D on janalla BC, niin piste C on janalla AD

Teoreeman todistus etenee seuraavasti:

Koska pisteen D oletetaan olevan janalla BC, piste C on janan BD ulkopuolella (aksiooman 1) nojalla); koska piste C on janalla AB, ja piste D on janalla BC, myös piste D on janan AB ulkopuolella (aksiooman 4) nojalla); koska pisteet C ja D ovat janalla AB, ja piste C on janan BD ulkopuolella, piste C on janalla AD (aksiooman 5) nojalla).

Sekä teoreema että sen todistus voidaan havainnollistaa seuraavan kuvion avulla:



Kuvio 1 Paschin todistuksen havainnollistus

Todistuksen oikeellisuudesta on helppo vakuuttua kuvittelemalla janaa tarvittavine pisteineen. Kun kuviota tarkastelee, käy *ilmeiseksi*, että jos ehtolauseen muotoa olevan teoreeman etujäsen (”piste C on janalla AB, ja piste D on janalla BC”) on tosi, myös sen takajäsenen (”piste C on janalla AD”) on oltava tosi. Edellä lainatussa tekstinkohdassa Pasch toteaa, että päättelyn kuluessa on sekä hyödyllistä että luvallista käyttää hyväkseen tällaista havainnollistusta. Varsinainen todistus ei kuitenkaan riipu sen enempää kuviosta kuin todistuksessa käytettyjen geometrinen käsitteiden (”suora”, ”piste” ”olla suoralla”) merkityksistä. Vaikka Pasch ei asiaa näin muotoilekaan, nämä vaatimukset tarkoittavat, että varsinainen todistus on *puhtaasti looginen toimitus*.

Mikä sitten tekee Paschin todistuksesta puhtaasti loogisen ja mikä erottaa tällaisen todistuksen kuvion 1 kaltaisesta ”intuitiivisesta” todistuksesta? Sopivien aksioomien puuttuessa Kant olisi joutunut sanomaan, että tällainen havainnollistus on välttämätön osa todistusta; tässä tarkoitamme aksioomilla sitä, mitä Pasch niillä tarkoitti, siis väitteiden 1) - 5) kaltaisia todistusten lähtökohtaoletuksia. Helposti tulee ajatelleeksi, että Kantin käsitys geometrinen – ja laajemminkin matemaattisten todistusten – luonteesta riippuu olennaisesti tästä epätäydellisyydestä. Kant ei yksinkertaisesti *voinut* pitää teoreeman

todistusta ”puhtaasti loogisena” toimituksena toisaalta sen vuoksi, että hänelle tuttuja matematiikan teorioita ei ollut muotoiltu tätä vaatimusta silmällä pitäen, ja toisaalta siksi, että Kantin tuntemalla logiikalla ei ollut mitään konstruktivistista sanottavaa matemaattisesta päättelystä. Kun nämä huomautukset ymmärretään sopivalla tavalla, ne ovat täysin paikkansa pitäviä. Eukleideen geometrian todistuksethan perustuvat geometrisille konstruktioidelle, ja Kant puolestaan piti tätä seikkaa todistuksena geometriaan sovelletun järjenkäytön erityislaatuisuudesta, siis siitä, että pelkän järjenkäytön sinänsä periaatteet eivät riitä tekemään selkoa geometrisesta ajattelusta. Kantin ymmärtämiseksi on kuitenkin olennaista huomata, että myös erityisen järjenkäytön logiikka on nimenomaan *logiikkaa*, vaikka sen periaatteet eivät olekaan peräisin pelkästä ymmärryksestä vaan diskursiivista ajattelua ja aistimellisuutta koskevien periaatteiden yhdistämisestä. Geometrisia konstruktioita koskevilla periaatteilla on siis oltava jotain yhteistä yleisen logiikan periaatteiden kanssa.

Jotkut Kant-kommentaattorit ovat ajatelleet, että geometrinen todistuksen ”intuitiivisuus” tai havainnollisuus merkitsisi olennaisesti sitä, että konstruktio tuottaisi kuvion, jota havainnoimalla teoreeman oikeellisuus voitaisiin todeta, siis melkeinpä kirjaimellisesti ”nähdä” tai ”lukea ulos” kuviosta. Kantin puheella todistuksen ”ilmeisyydestä” (vrt. edellä) saattaa olla tällaisia sivumerkityksiä, mutta on perustellumpaa ajatella, että konstruktioiden merkitys on semanttinen edellä tarkastellussa merkityksessä. Ja kun asiaa tarkastellaan tästä näkökulmasta, on helppoa todeta, että esimerkiksi geometrisilla konstruktiolla on periaatteessa täsmälleen sama rooli kuin yleisen logiikan periaatteilla: siinä missä yleisen logiikan periaatteet ovat konstitutiivisessa suhteessa ajatteluun ylipäänsä, geometriset konstruktiot ovat konstitutiivisessa suhteessa objekteja koskevaan ajatteluun.

Moderni logiikka yhdistää piirteitä sekä yleisestä että erityisestä logiikasta. Meidän ei tässä yhteydessä kenties tarvitse ottaa kantaa siihen, miten loogisten periaatteiden konstitutiivisuus saattaisi ilmetä uudessa logiikassa – Fregeltä ja muiltakin uuden logiikan edustajilta voi kyllä löytää tämänsuuntaisia huomautuksia. Sen sijaan on helppo todeta – tai ainakin luontevaa ajatella – että Fregen käsittekirjoituksen tavoin Paschin todistuksessaan käyttämät periaatteet kuuluvat *puhtaan ajattelun* piiriin: tämä näkyy siinä hänen esittämässään vaatimuksessa, että päättelyperiaatteet ovat puhtaasti strukturaalisia, eli ne eivät ota huomioon käsitteiden sisältöä vaan ainoastaan niiden väliset suhteet. Nämä periaatteet eivät siis ole geometrialle – pisteille, suorille, janoille, jne. – ominaisia, vaan geometrinen päättely on pelkästään *sovellettua logiikkaa*. Toisaalta, vaikka uuden logiikan periaatteet ovat tällä tavalla muodollisia, ne eivät kuitenkaan kokonaan ”abstrahoi ajattelun suhteesta sen kohteeseen”; voimme sanoa Ernst Cassireria seuraten, että moderni logiikka pyrkii olemaan ”objektiivisen tiedon logiikkaa”.

Tällä tavoin moderni logiikka omii itselleen myös osan niistä tehtävistä, jotka Kant oli liittänyt aistimellisuuteen.

Kaikki tämä luonnollisesti merkitsee, että Kantin näkökulmasta uusi logiikka on sisällöllistä eikä puhtaasti muodollista logiikkaa. Voimme lausua tämän johtopäätöksen Kantin tutuksi tekemää terminologiaa käyttäen. On helppo todeta, että Kantin käyttämä *analyttisyyden* käsite on muotoiltu silmällä pitäen yleistä logiikkaa: hänen mukaansa analyttiset arvostelmat eivät predikaatissa ilmaise muuta kuin sen, mitä subjektin käsitteessä on jo itse asiassa ajateltu, joskaan ei niin selvästi tai yhtä tietoisesti (*Prolegomena*, § 2 a). Ja tämä puolestaan merkitsee, että analyttiset totuudet ovat totuuksia, jotka voidaan todistaa ristiriidan periaatteesta käsin (*Prolegomena*, § 2 b). Looginen päättely perustuu käsitteen analysoimiseen, jossa se pilkotaan osakäsitteisiin, jotta nähtäisiin, ”mitä subjektin käsitteessä on jo itse asiassa ajateltu”; esimerkiksi:

- (1) Kaikki poikamiehet ovat naimattomia
- (2) poikamies =<sub>df</sub> naimaton täysikasvuinen mies
- (3) Kaikki naimattomat täysikasvuiset miehet ovat naimattomia

Tässä ”todistuksessa” on kyse hyvin yksinkertaisesta toimituksesta, määritelmän mukaan identtisten (=<sub>df</sub>) termien korvaamisesta toisillaan. Kun tällainen termien korvaaminen suoritetaan (päättelyperiaate, joka kuuluu yleiseen logiikkaan), todistuksen lähtökohtana oleva väite voidaan muuntaa muotoon, jossa sen totuus voidaan todeta ristiriidan lain nojalla; olisi hienoa väittää, että naimattomat täysikasvuiset miehet *eivät* ole naimattomia.

Fregen ja muiden perustama uusi logiikka ei tietenkään tyhjene tällaisiin yksinkertaisuuksiin. Siksi meidän onkin todettava, että *uusi logiikka on synteettistä Kantin tarkoittamassa mielessä*. Tämän havaitsivat eräät uuden logiikan edustajat. Niinpä Bertrand Russell saattoi kirjoittaa vuonna 1903: ”Kant ei koskaan epäillyt hetkeäkään sitä, että logiikan väitteet ovat analyttisiä, vaikka hän toisaalta havaitsikin aivan oikein, että matematiikan alaan kuuluvat väitteet ovat synteettisiä. Sitten on käynyt ilmi, että logiikka on aivan yhtä synteettistä kuin kaikki muunkinlainen totuus” (Russell 1903, § 434).

Uusi logiikka osoittautuu siis synteettiseksi. Arvattavasti se on myös apriorista, kokemuksesta riippumatonta; näin ainakin uuden logiikan edustajat tapasivat ajatella, vaikka he eivät aina olleetkaan samaa mieltä siitä, mihin logiikkaa koskeva tieto perustui, kun se ei perustunut kokemukseen. Sen jälkeen

kun logiikka on osoittautunut synteettiseksi, kysymykset, jotka kriittinen filosofia on meille opettanut, on ulotettava koskemaan myös sitä:

1. *Miten puhdas logiikka tieteenä on mahdollinen?* Kantin mukaan yleinen logiikka on tiedollisessa mielessä ongelmatonta, koska loogiset totuudet ovat analyyttisiä ja koska analyyttiset totuudet ja niiden todistamiseen tarvittavat periaatteet ovat triviaaleja. Sen sijaan uusi logiikka perustuu synteettisille periaatteille, joita ei voida pitää tiedollisesti triviaaleina ja jotka vaativat oikeutusta.
2. *Miten sovellettu logiikka on mahdollista?* Uuden logiikan myötä Kantin kysymys objektiivisesti pätevän arvostelman mahdollisuudesta muuttuu kysymykseksi puhtaan ja sovelletun logiikan suhteesta eli kysymykseksi logiikan roolista empiirisessä, tieteellisessä tiedossa.

Nämä kaksi kysymystä kuuluivat 1900-luvun analyyttisen filosofian keskeisiin ongelmiin. Niiden lähempi pohdittaminen on kuitenkin jätettävä toiseen yhteyteen.

Näiden yleisten tarkastelujen lisäksi meidän on vielä syytä kiinnittää huomiota yhteen Kantin logiikan teorian tärkeään yksityiskohtaan, nimittäin hänen suhtautumiseensa *olemassaolon käsitteeseen*. Logiikan myöhemmän kehityksen kannalta Kantin kenties tärkein saavutus oli olemassaolon käsitteen irrottaminen predikaattitermien ilmaisuvoimasta syllogistisissa premisseissä. Näin Kant tuli edesauttaneeksi olemassaolonkäsitteen kiinnittämistä erityisen eksistenssikvanttorin ilmaisuvoimaan ja samalla myös kvantifikaatioteoriana tunnetun ensimmäisen kertaluvun predikaattilogiikan syntyä.

Kvantifikaatioteorian syntyhistorian ja siihen liittyvän olla-verbin logiikan kannalta Aristoteles, Kant ja Frege esiintyvät tärkeimmissä rooleissa. Nykyisin on tullut tavaksi ajatella, että nykyaikainen logiikka syntyi, kun kvantifikaatioteoria sai alkunsa 1800-luvun lopulla. Mutta mitä nämä nykylogiikalle niin keskeiset kvanttorit oikein ovat? Vakiovastauksen mukaan – johon olemme viitanneet jo aikaisemmin – ne ovat muodollisen logiikan vastineita luonnollisissa kielissä esiintyville ilmaisuille ”kaikki” ja ”jokin”. Mutta eikö jo Aristoteles tarkastellut muinaisessa syllogistiikassaan tällaisten ilmaisujen loogista käyttäytymistä? Viimekädessä Aristoteleen logiikan ydin eli syllogistiikka ei ole muuta kuin universaalisten ja partikulaaristen väittämien välillä vallitsevien semanttisten suhteiden tarkastelua yksinkertaisissa kahdesta oletuksesta ja johtopäätöksestä rakentuvissa päätelmissä. Mitä mullistavaa uusi logiikka sitten toi tullessaan? Tiivistetysti ja samalla yksinkertaistaen voidaan sanoa, että aristoteelisessa syllogistiikassa olemassaolo kytkeytyi predikaattitermiin, mutta Fregen jälkeisessä modernissa logiikassa se kuuluu eksistenssikvanttorin ilmaisuvoimaan ja käyttäytyy kokonaan toisella tavalla. Kyseessä on perustava ero aristoteelisen logiikan ja modernin logiikan välillä, eikä sen merkitystä ole syytä väheksyä.



Miten tämä merkittävä muutos tapahtui? Tämän kysymyksen vastataksemme meidän on tarkasteltava niin sanotun *Frege–Russell-monimerkityksisyysteesin* kehitystä ajattelun historiassa. Lyhyesti sanottuna tämä teesi vastaa oletusta, jonka mukaan luonnollisissa kielissä esiintyvät olla-verbit ovat monimerkityksisiä. Fregellä tämä oletus ilmenee selvästi hänen kaavakielestään ja Russell muotoili sen ensimmäistä kertaa teoksessaan *The Principles of Mathematics* (1903, § 64). Nykyisessä formaalisen logiikan merkintätavassa nämä merkitykset erotetaan toisistaan seuraavasti: identiteetti formalisoidaan  $a = b$  ("Clark Kent on Teräsmies"); predikaatio  $P(a)$  ("Teräsmies on supersankari"), olemassaolo  $(\exists x)P(x)$  ("Supersankari on [olemassa]"), ja subsumptio eli luokkaan kuuluminen  $(\exists x)(x \in S \supset x \in P)$  ("Kulta on jalometalli"). Tämän teesin taustalla piilevä alkuperäinen oletus on toisinaan luettu Kantin ansioksi. Kirjassaan *Kant's Analytic* (1966) Jonathan Bennett jopa puhuu tämän asian yhteydessä Kant–Frege-teesistä. Tällainen puhe ei kuitenkaan aivan pidä paikkansa. Kant ei nimittäin koskaan väittänyt, että luonnollisten kielten olla-verbit olisivat monimerkityksisiä. *Puhtaan järjen kritiikissä* Kant kirjoittaa olemisen käsitteestä seuraavasti:

Oleminen ei selvästikään ole reaalin predikaatti. Toisin sanoen, se ei ole sellainen käsite, joka voitaisiin liittää olion käsitteeseen. Se on vain jonkin olion tai tiettyjen määreiden olettamista itsessään olemassa oleviksi. Loogiselta kannalta katsoen se on pelkkä arvostelman kopula. Lause "Jumala on kaikkietävä" sisältää kaksi käsitettä, joista kummallakin on kohteensa: Jumala ja kaikkietävyys. Pikkuinen sana "on" ei tuo mukanaan uutta predikaattia vaan pelkästään auttaa liittämään predikaatin [oikeassa] suhteessa subjektiinsa. (*KrV*, B 626.)

Toisin sanoen, esimerkiksi lauseesta "Jumala on kaikkietävä" ei Kantin mukaan seuraa, että Jumala on olemassa. Huomattakoon, että tässä tekstilainassa on kyse olemisen käsitteestä (*Sein*). Olemassaolosta (*das Dasein*) Kant totesi jo esikriittisen kauden kirjoituksessaan *Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes*, että "olemassaolo ei ole missään tapauksessa minkään erityisen olion predikaatti tai määre" (Kant 1763, 72). Hänen mukaansa predikatiivisten väitteiden ja olemassaoloa ilmaisevien väitteiden välisessä erossa on viime kädessä kyse olla-verbin suhteellisen ja absoluuttisen käyttötavan välisestä erosta, eikä tämä näkemys ole yhteensopiva Fregen ja Russellin monimerkityksisyyserottelun kanssa.

Kant siis torjui ajatuksen olemassaolosta predikaattina. Tältä osin hän ei vielä suuresti poikennut Aristoteleen edustamasta linjasta, jonka mukaan oleminen ei voinut olla, kuten sanottu, minkään substanssi, sillä oleva ei ole suku (*An. post.* B 7, 92b, 13–14). Kuitenkin heidän ajatuksensa olemisesta poikkesivat toisistaan merkittävästi. Aristoteleen mielestä olemassaolo ei voinut olla predikaatti, koska se

oli yksinkertaisesti liian yleinen käsite, joka ei kaikkien kunnollisten predikaattien tavoin edes voinut rajoittua mihinkään yhteen kategoriaan. Mutta Kantin tapauksessa iskulause ”olemassaolo ei ole predikaatti” ei riitä. Kant oli nimittäin vakuuttunut, että olemassaolo ei voisi edes liittyä predikaattitermiin. Hänen mukaansa olla-verbi ei tuo mitään uutta predikaatin ilmaisemaan käsitteeseen. Näin ollen lauseissa kuten ”Jumala on olemassa” subjekti on jo valmiiksi varustettu sille luonnostaan kuuluvilla predikaateilla. Logiikan näkökulmasta tällaiset lauseet yksinkertaisesti väittävät, että todellisuudesta löytyy ainakin yksi tietynlaisten predikaattien muodostama kokonaisuus.

Kantin filosofiasta ja erityisesti *Puhtaan järjen kritiikistä* löytyy myös muuta aiheemme kannalta huomionarvoista. Olemassaolon ja predikaation käsitteiden välisten suhteiden historia liittyy nimittäin läheisesti myös kategoriaopin historiaan. Aristoteleen teoria kategorioista tukee ajatusta, että olla-verbin olemassaoloa ilmaiseva käyttötapo ja sen predikatiivinen käyttötapo ovat keskenään yhdenmukaisia. *Metafysiikassa* ja *Toisessa analytiikassa* Aristoteleen kategoriat erottavat toisistaan laajimpia mahdollisia sukuja ja tarkoittavat siten olemisen, sekä mahdollisesti myös identiteetin, eri käyttötapoja, joita yhdistää toisiinsa ainoastaan riippuvuus substanssien olemisesta. *Kategoriat*-teoksessa kategoriaerottelu koskee selvästi predikaatteja ja predikoimista. Tässä valossa sana ”kategoria” tarkoittaisi vain ”sanoa jotakin jostakin” ja kategorioiden välisissä eroissa olisi siten kyse yksinkertaisesti predikaation muunnelmista. Edelleen *Topiikassa* Aristoteles yhdistelee kategorioita kreikan kielen erilaisiin kysymyssanoihin. Näin ollen Aristoteleen oli luontevaa ajatella, että olla-verbin olemassaoloa ilmaiseva käyttötapo ja predikatiivinen käyttötapo liittyvät erottamattomasti toisiinsa. Kategoriaerottelut eivät siksi ilmennä olla-verbin monimerkityksisyyttä. Olemassaolo ei ollut Aristoteleelle predikaatti, mutta tämä ei johtunut siitä, että olemassaolo ja predikaatio olisivat kategorisesti liian kaukana toisistaan, vaan siitä, että olemista käytetään kaikissa eri kategorioissa. Lopputuloksena on aristoteelinen mahdollisimman laajoihin eri olioluokkiin jakautuva universumi. Erityyppiset oliot kuuluvat siinä eri luokkiin eli kategorioihin ja ne identifioidaan eri tavoin.

Tämä kokonaiskuva muuttuu, kun siirrymme Kantin kategoriaopin pariin. *Puhtaan järjen kritiikissä* Kant väittää kategoriaoppinsa tavoitteita yhdenmukaisiksi Aristoteleen teorian tavoitteiden kanssa: ”sanomme näitä käsitteitä Aristoteleen esimerkin mukaisesti kategorioiksi, sillä perimmäinen tavoitteemme on todellakin sama kuin hänen [kategoriaoppinsa] tavoite, vaikka käytännön toteutuksessa poikkeamme siitä huomattavasti” (*KrV* B 105). Ei ole kuitenkaan aivan selvää, mitä Kant näin sanoessaan täsmällisesti ottaen oikein tarkoitti. Yksi mahdollinen vastaus on, että Kant halusi Aristoteleen tavoin selvittää, minkä tyyppiset erilaiset maailmaa tai todellisuutta koskevat kysymykset ovat ylipäänsä mahdollisia. Mutta Kantin tapauksessa nämä erilaisten kysymysten väliset erot eivät ainoastaan heijastaneet objektiivisia

eroavaisuuksia niiden olevan eri alueiden välillä, joista voimme puhua. Hänelle ne tarkoittivat pikemminkin eroja sellaisten erityyppisten kysymysten kesken, joita subjektin on välttämättä esitettävä muodostaakseen itselleen järkevän kokonaisuuden kaikesta aistien välittämästä informaatiosta. Kantin mukaan kategorioeroissa on kyse ”puhtaista ymmärryskäsitteistä, jotka pätevät havainnoinnin kohteista yleisesti [ja] *a priori*” ja ne vastaavat erilaisia ”loogisia toimintoja kaikissa mahdollisissa arvostelmissa” (*KrV*, B 105). Jos Kantin kategoriat vastaavat siis erityyppisiä kysymyksiä, niin Aristoteleen kategoriaalisten kysymysten tavoin ne eivät rajoitu koskemaan vain tiettyä sukua vaan kuuluvat asiaan minkä hyvänsä arvostelman yhteydessä, ja niiden vastaukset ilmenevät viime kädessä lauseiden loogisten muotojen eri aspekteissa.

Logiikan kehityksen kannalta ratkaisevin Aristoteleen ja Kantin välinen ero liittyy olemassaolon ja predikaation käsitteisiin. Kantin tapauksessa olemassaoloon ja inherenssiin liittyvät kysymykset kuuluvat eri kategorioihin — ensin mainittu modaliteetin kategoriaan ja jälkimmäinen relaation kategoriaan — eikä mikään looginen funktio voi siksi ilmaista kumpaakin. Lisäksi Kantin mukaan modaliteetit eivät tuo arvostelmiin mitään uutta sisältöä. Tästä seuraa luontevasti olemassaolon kiistäminen predikaattina. Mutta siitä seuraa myös vahvempi johtopäätös: toisin kuin Aristoteleen teoriassa, olemassaolo ei voi edes liittyä predikaattitermiin. Kantin jälkeen olemassaolo ja predikaatio oli erotettava toisistaan. Jos ne eivät edustaneet yhden sanan kahta eri merkitystä, niin varmasti ne eivät myöskään olleet yhden yksikäsitteisen sanan merkityksen kaksi eri komponenttia. Näin Kantin ansiosta olemassaolon käsite jäi kodittomaksi. Sitä ei enää voitu liittää syllogistisen premissin merkitykseen predikaattitermin kylkiäisenä.

Myös tämä Kantin vaikutus näkyi selvästi 1800-luvun alkupuolella eri alojen ajattelijoiden arjessa. Heidän oli pidettävä olla-verbin olemassaoloa ilmaiseva käyttötapa erossa sen predikaatiivisesta käyttötavasta riippumatta siitä, miellyttikö heitä ajatus yhdestä monimerkityksisestä sanasta vai ei. Monet filosofit ja loogikot reagoivat siihen lähes yhdenaikaisesti. Yksi harkitsemisen arvoinen ratkaisu oli samankaltainen olla-verbin erilaisten merkitysten erottelu kuin mihin Frege ja Russell myöhemmin päätyivät. Siksi ei ole yllätys, että tällaisesta erottelusta löytyy jälkiä ainakin Augustus De Morganilta, John Stuart Milliltä ja Charles Peirceltä. Näin ollen Fregen uusi logiikka ei ollut sellainen joka suhteessa ainutlaatuinen tulos, jonka kuka hyvänsä riittävän nerokas loogikko olisi voinut saavuttaa koska tahansa. Hän erotteli olla-verbin eri merkitykset toisistaan hyvin erityisessä historiallisessa tilanteessa. Muistettakoon tässä yhteydessä myös Fregen yliopistossa saama kantilainen filosofinen peruskoulutus.

Voimme siis perustellusti todeta, että Kant oli logiikan kehityksen kannalta tärkeä taustavaikuttaja vaikka ei mikään uudistaja ollutkaan. Kantille yleinen logiikka oli perinteistä aristoteelista syllogismien teoriaa ja

keskiaikaisten skolastikkojen kirjaviisautta. Tämä ilmenee selvästi esimerkiksi Kantin oppilaan G. B. Jäschen toimittamista Kantin logiikan luennoista, *Immanuel Kant's Logik* (1800), sekä Georg Meierin teoksesta *Auszug aus der Vernunftlehre* (1752), jota Kant käytti logiikan opetuksessaan käsikirjana. Kantin vaikutus logiikan kehitykseen on epäsuora ja monitulkintainen. Erottamalla olemassaolon käsitteen predikaattitermin ilmaisuvoimasta ja jättämällä sen logiikan kannalta kodittomaksi hän joka tapauksessa pakotti filosofit etsimään vanhasta aristoteelisesta käytännöstä poikkeavia mahdollisuuksia olemassaolon käsitteen hallitsemiseksi formaalisen logiikan avulla, ja käynnisti näin kvantifikaatioteorian syntyyn johtaneen kilpajuoksun.

## KIRJALLISUUS

Aristoteles (1990). *Metafysiikka, Teokset osa VI*. Helsinki: Gaudeamus.

-- (1994). *Kategoriat ja Toinen analytiikka, Teokset osa I*. Helsinki: Gaudeamus, 7–37, 171–241.

-- (2002). *Topiikka, Teokset osa II*. Helsinki: Gaudeamus, 7–154.

Bennett, Jonathan (1966). *Kant's Analytic*. Cambridge: Cambridge University Press.

Cassirer, Ernst (1907). Kant und die Moderne Mathematik. *Kant Studien* 12, 1-49.

-- (1990). *Substanzbegriff und Funktionsbegriff. Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft (ilm. alunperin 1910).

Frege, Gottlob (1879). *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle a.S.: Nebert.

-- (1884). *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Breslau: Koebner.

-- (1893/1903) *Die Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*. Jena: Verlag H. Pohle. 2 osaa.

-- (1967). *Logische Untersuchungen. Erster Teil: Der Gedanke*. Teoksessa Ignacio Angelelli (toim.), *Gottlob Frege: Kleine Schriften*. Hildesheim: Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim (ilm. alunperin 1918).

Kant, Immanuel (1763). *Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes*. *Kant's gesammelte Schriften*. Toim. Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften. Berlin: Reimer 1905, 63–163. (*Akademie-Ausgabe* 2.)

-- (1781). *Critik der reinen Vernunft*. Riga: Hartknoch. (*Akademie-Ausgabe* 4.)

-- (1787). *Critik der reinen Vernunft. Zweyte hin und wieder verbesserte Auflage*. Riga: Hartknoch. (*Akademie-Ausgabe* 3.)

-- (1800). *Immanuel Kant's Logik. Ein Handbuch zu Vorlesungen*. Gottlob Benjamin Jäsche (toim.). Königsberg: Nicolovius. (*Akademie-Ausgabe* 9, 1–150.)

-- (1997). *Prolegomena eli johdatus mihin tabansa metafysiikkaan, joka vastaisuudessa voi käydyä tiettestä*. Suom. Vesa Oittinen. Helsinki: Gaudeamus.

Meier, Georg Friedrich (1752). *Auszug aus der Vernunftlehre*. Halle: Gebauer.

Pasch, Moritz (1926). *Vorlesungen über neuere Geometrie. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*. Berlin: Springer (ilm. alunperin 1882).

Russell, Bertrand (1903). *The Principles of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press. Second edition. London: Allen & Unwin. 1937.

Thompson, Manley (1972). Singular Terms and Intuitions in Kant's Epistemology. *The Review of Metaphysics* 26, 314–343.